

8. Proprietăți statistice ale imaginilor de intensitate

8.1. Introducere

În această lucrare se vor prezenta principalele trăsături statistice care caracterizează distribuția nivelurilor de intensitate într-o imagine de intensitate (grayscale) sau dintr-o zonă/regiune de interes (ROI) a imaginii. Aceste mărimi statistice se pot aplica în mod analog și imaginilor color pe fiecare componentă de culoare în parte.

În cadrul acestei lucrări vom folosi următoarele notații:

- $L=255$ nivelul maxim de intensitate al imaginii
- $h(g)$ histograma imaginii (numărul de pixeli având nivelul de gri g)
- $M=H*W$, numărul de pixeli din imagine
- $p(g)=h(g)/M$ funcția de densitate de probabilitate a nivelurilor de gri (FDP).

8.2. Valoarea medie a nivelurilor de intensitate

Este o măsură a intensității medii a imaginii sau a regiunii de interes. O imagine întunecată va avea o medie scăzută (Fig. 8.1a), iar una luminoasă o medie ridicată (Fig. 8.1b).

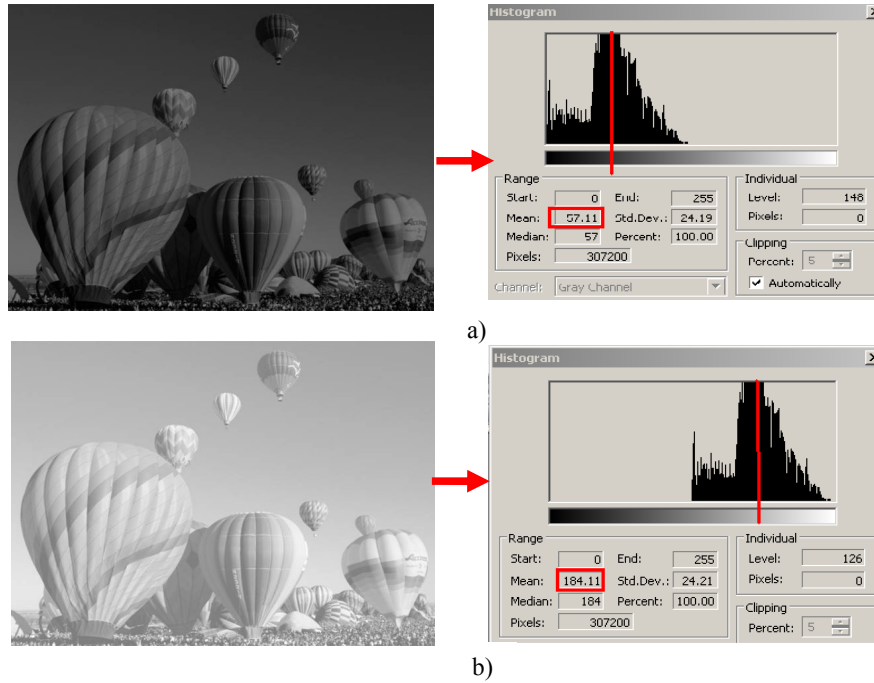


Fig. 8.1 Ilustrarea poziției histogramei și a valorii medii a nivelurilor de intensitate pentru o imagine întunecată (a) și una luminoasă (b).

Calculul valorii medii a intensităților se face folosind formulele:

$$\bar{g} = \mu = \int_{-\infty}^{+\infty} g \cdot p(g) dg = \sum_{g=0}^L g \cdot p(g) = \frac{1}{M} \sum_{g=0}^L g \cdot h(g) \quad (8.1)$$

$$\bar{g} = \mu = \frac{1}{M} \sum_{i=0}^{H-1} \sum_{j=0}^{W-1} I(i, j) \quad (8.2)$$

8.3. Deviația standard a nivelurilor de intensitate

Este o măsură a contrastului imaginii (regiunii de interes) și caracterizează gradul de împrăștiere al nivelurilor de intensitate față de valoarea medie. O imagine cu contrast ridicat va avea o deviație standard mare (Fig. 8.2a – histograma este împrăștiată pe întreaga plajă a nivelurilor de intensitate), iar o imagine cu contrast scăzut va avea o deviație standard mică (Fig. 8.2b – histograma este restrânsă la câteva niveluri de intensitate în jurul valorii medii).

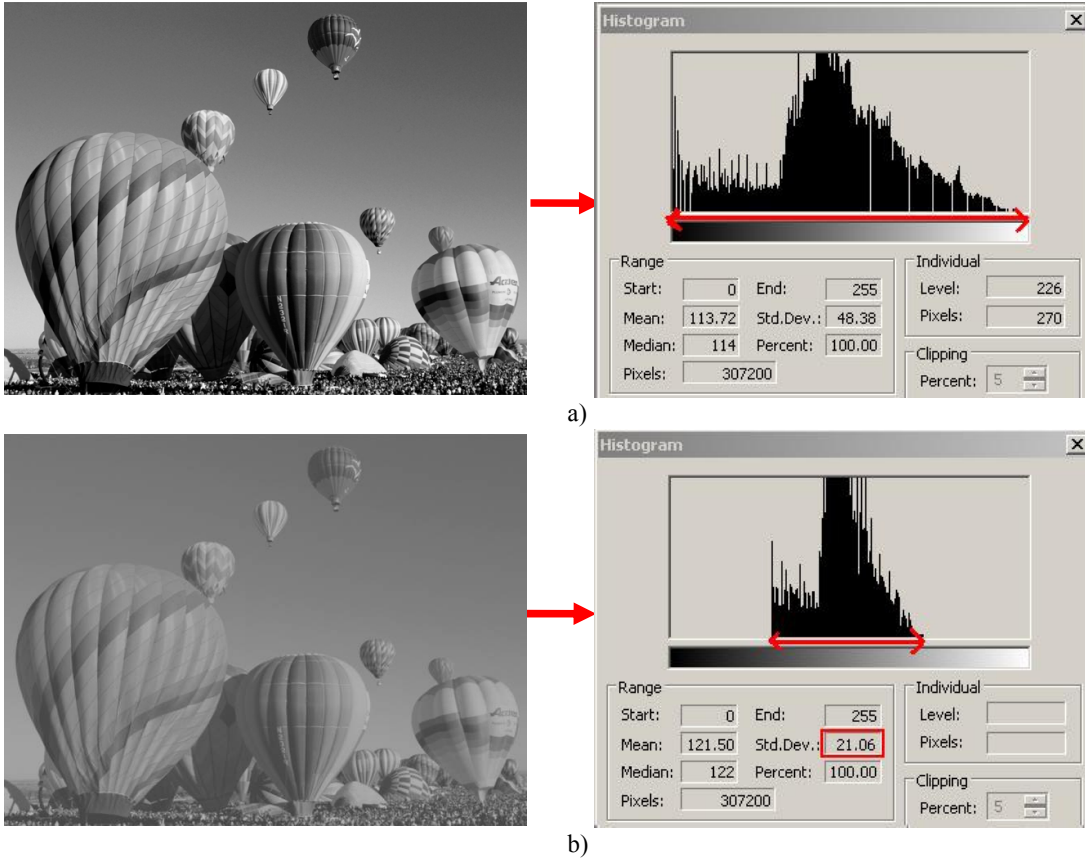


Fig. 8.2 Ilustrarea poziției histogramei și a deviației standard (2σ) a nivelurilor de intensitate pentru o imagine cu contrast ridicat (a) și una cu contrast scăzut (b).

Calculul deviației standard a intensităților:

$$\sigma = \sqrt{\sum_{g=0}^L (g - \mu)^2 \cdot p(g)} \quad (8.3)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{i=0}^{H-1} \sum_{j=0}^{W-1} (I(i, j) - \mu)^2} \quad (8.4)$$

8.4. Determinarea pragului de binarizare prin găsirea unei aproximări optime a imaginii cu o imagine binară

Acest algoritm determină un prag optim de binarizare astfel încât eroarea de aproximare dintre imaginea originală și imaginea rezultată în urma binarizării să fie minimă. Această

eroare poate fi calculată ca sumă a diferențelor absolute dintre pixeli (P1, „city block”, normă Manhattan) sau ca suma pătratelor diferențelor (norma P2 la pătrat, normă euclidiană). O îmbunătățire a algoritmului constă în determinarea a două niveluri de gri cu care să fie aproximată imaginea, în locul folosirii valorilor alb și negru.

8.4.1. Minimizarea distanței „city block”

Pragul care minimizează această distanță este (vezi cursul):

$$T = \operatorname{argmax}_t \sum_{g=t}^L h(g) = \operatorname{argmax}_t tA(t) \quad (8.5)$$

Funcția A(t) poate fi calculată incremental folosind recurența:

$$\begin{aligned} A(t+1) &= A(t) - h(t), \\ A(0) &= \sum_{g=0}^L h(g) = M \end{aligned} \quad (8.6)$$

8.4.2. Minimizarea distanței euclidiene

Pragul care minimizează această distanță este (vezi cursul):

$$T = \operatorname{argmax}_t \sum_{g=t}^L (2g - t)h(g) = \operatorname{argmax}_t tW(t) \quad (8.7)$$

Funcția W(t) poate fi calculată incremental observând că:

$$\begin{aligned} W(t+1) &= \sum_{g=t+1}^L (2g - t - 1)h(g) = \\ &= \sum_{g=t}^L (2g - t - 1)h(g) - (2t - t - 1)h(t) = \\ &= \sum_{g=t}^L (2g - t)h(g) - \sum_{g=t}^L h(g) - (t - 1)h(t) = \\ &= W(t) - A(t) - (t - 1)h(t) \end{aligned} \quad (8.8)$$

unde A(t) se calculează conform (8.6). Avem și:

$$W(0) = \sum_{g=0}^L 2gh(g) = 2\mu M \quad (8.9)$$

8.4.3. Îmbunătățirea aproximării prin folosirea a două niveluri de gri

Pragul optim T se obține maximizând:

$$T = \operatorname{argmax}_t \left(\frac{\left(\sum_{g=0}^{t-1} gh(g) \right)^2}{\sum_{g=0}^{t-1} h(g)} + \frac{\left(\sum_{g=t}^L gh(g) \right)^2}{\sum_{g=t}^L h(g)} \right) = \operatorname{argmax}_t \left(\frac{(\mu M - M_{high}(t))^2}{M - A(t)} + \frac{(M_{high}(t))^2}{A(t)} \right), \quad (8.10)$$

$$t \geq 1 \text{ și } \sum_{g=0}^{t-1} h(g) \neq 0 \text{ și } \sum_{g=t}^L h(g) \neq 0 \quad (M - A(t) \neq 0 \text{ și } A(t) \neq 0)$$

Unde A se calculează conform formulei (8.6) și

$$M_{high}(t+1) = M_{high}(t) - th(t),$$

$$M_{high}(0) = \sum_{g=0}^L gh(g) = \mu M \quad (8.11)$$

Folosind pragul T determinat anterior, nivelurile de gri care minimizează eroarea de aproximare sunt următoarele două mediane:

$$g_{low}(T) = \frac{\sum_{g=0}^{g=T-1} gh(g)}{\sum_{g=0}^{g=T-1} h(g)} \quad \text{și} \quad g_{high}(T) = \frac{\sum_{g=T}^{g=L} gh(g)}{\sum_{g=T}^{g=L} h(g)} \quad (8.12)$$

8.5. Funcții de transformare cu formă analitică

În Fig. 8.3 sunt ilustrate câteva funcții de transformare tipice ale nivelurilor de intensitate, exprimabile într-o formă analitică:

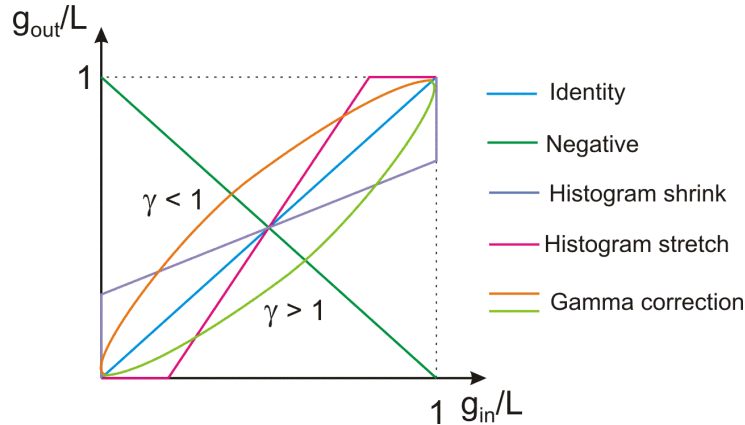


Fig. 8.3 Funcții tipice de transformare ale nivelurilor de intensitate

8.5.1. Funcția identitate (fără efect):

$$g_{out} = g_{in} \quad (8.13)$$

8.5.2. Negativul imaginii:

$$g_{out} = L - g_{in} = 255 - g_{in} \quad (8.14)$$

8.5.3. Modificarea contrastului (lățirea/îngustarea histogramei):

$$g_{out} = g_{out}^{MIN} + (g_{in} - g_{in}^{MIN}) \frac{g_{out}^{MAX} - g_{out}^{MIN}}{g_{in}^{MAX} - g_{in}^{MIN}} \quad (8.15)$$

Unde:

$$\frac{g_{out}^{MAX} - g_{out}^{MIN}}{g_{in}^{MAX} - g_{in}^{MIN}} = \begin{cases} > 1 \Rightarrow \text{lățire} \\ < 1 \Rightarrow \text{îngustare} \end{cases} \quad (8.16)$$

8.5.4. Corecția gamma:

$$g_{out} = L \left(\frac{g_{in}}{L} \right)^\gamma \quad (8.17)$$

Unde:

γ este un coeficient pozitiv: subunitar (codificare/compresie gamma) sau supraunitar (decodificare/decompresie gamma)

Atenție: se va face întotdeauna verificarea următoare: $0 \leq g_{out} \leq 255$, iar eventualele depășiri se vor rezolva prin saturare !!!

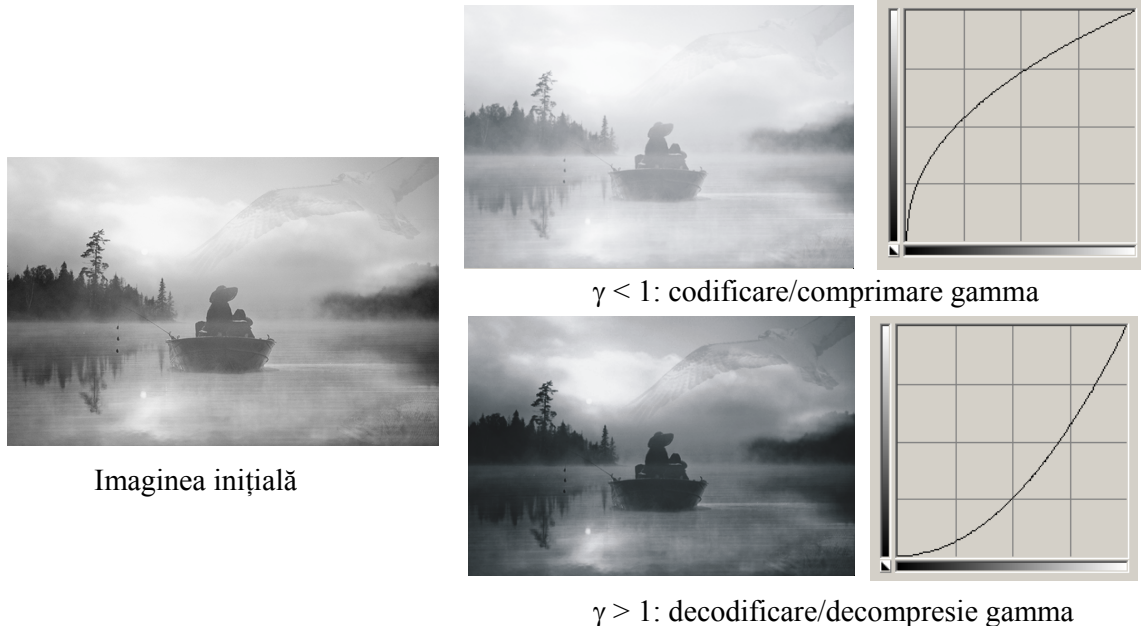


Fig. 8.4 Ilustrarea rezultatelor operațiilor de corecție gamma

8.5.5. Modificarea luminozității

$$g_{out} = g_{in} + offset \quad (8.18)$$

Atenție: se va face întotdeauna verificarea următoare: $0 \leq g_{out} \leq 255$, iar eventualele depășiri se vor rezolva prin saturare !!!

8.6. Egalizarea histogramei

Este o transformare care permite obținerea unei imagini cu histogramă/FDP cvasiuniformă, indiferent de forma histogramei/FDP a imaginii de intrare. Pentru aceasta se va folosi următoarea transformare (vezi notele de curs pentru mai multe detalii):

$$s_k = T(r_k) = \sum_{j=0}^k p_r(r_j) = \sum_{j=0}^k \frac{n_j}{n} \quad , \quad k = 0 \dots L \quad (8.19)$$

Unde:

r_k – nivelul de intensitate normalizat al imaginii de intrare corespunzător nivelului de intensitate (nenormalizat) k : $r_k = \frac{k}{L}$, ($r_k = 0 \dots 1$ și $k = 0 \dots L$) ($L=255$ pt. imagini grayscale cu 8 biți/pixel)

s_k – nivelul de intensitate normalizat al imaginii de ieșire.

$p_C(r_k)$ – funcția densității de probabilitate cumulative (FDPC) a imaginii de intrare

$$p_C(r_k) = \sum_{j=0}^k p_r(r_j) = \sum_{g=0}^k \frac{h_r(g)}{M} \quad (8.20)$$

r_j – nivelul de intensitate normalizat al imaginii de intrare corespunzător nivelului de intensitate (nenormalizat) j : $r_j = \frac{j}{L}, j = 0 \dots L$.

8.6.1. Algoritmul de egalizare a histogramei

1. Se calculează histograma sau FDP a imaginii de intrare (vector de 256 elemente).
2. Se calculează FDPC, conform (8.20), sub forma unui vector p_C de 256 elemente.
3. Se calculează funcția de transformare pentru egalizarea histogramei, în conformitate cu (8.20). Deoarece din relația (8.19) se obțin valori s_k normalizate ale intensităților de ieșire, este necesară înmulțirea valorii s_k cu L (255):

$$g_{out} = L s_k = \frac{L}{M} \sum_{g=0}^{g_{in}} h(g) \quad , \quad k = g_{in} \quad (8.21)$$

Această funcție de transformare se poate scrie sub forma unei tabele (vector) de echivalențe:

$$g_{out} = tab(g_{in}) = 255 \cdot p_C(g_{in}) \quad (8.22)$$

4. Se calculează intensitățile pixelilor din imaginea de ieșire (egalizată) pe baza echivalențelor din tabela :

$$lpDst[i * w + j] = tab[lpSrc[i * w + j]] \quad (8.23)$$

8.7. Activități practice

1. Calculați și afișați media și deviația standard a nivelurilor de intensitate.
2. Implementați cele trei metode de determinare automată a pragului de binarizare (vezi secțiunea 8.4) și binarizați imaginile folosind aceste praguri.
3. Implementați funcțiile de transformare a histogramei (vezi secțiunea 8.5) pentru calculul negativului imaginii, lățirea/îngustarea histogramei, corecția gamma, modificarea luminozității. Introduceți limitele g_{out}^{MIN} , g_{out}^{MAX} , coeficientul gamma și valoarea de creștere a luminozității prin intermediul unei căsuțe de dialog.
4. Implementați algoritmul de egalizare a histogramei (vezi secțiunea 8.6).
5. **Salvați-vă ceea ce ați lucrat. Utilizați aceeași aplicație în laboratoarele viitoare. La sfârșitul laboratorului de procesare a imaginilor va trebui să prezentați propria aplicație cu algoritmi implementați!!!**

Referințe

- [1]. R.C.Gonzales, R.E.Woods, *Digital Image Processing. 2-nd Edition*, Prentice Hall, 2002.